



# Bulles Spéculatives : Le Cas des Marchés Américain et Français

Dominique Thevenin

## ► To cite this version:

Dominique Thevenin. Bulles Spéculatives : Le Cas des Marchés Américain et Français. 2000, 43 p.  
hal-00454771

**HAL Id: hal-00454771**

**<http://hal.grenoble-em.com/hal-00454771>**

Submitted on 9 Feb 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# PAPIERS DE RECHERCHE

## WORKING PAPERS

*« Bulles Spéculatives : Le Cas des  
Marchés Américain et Français »*

*Domonique THEVENIN*

Département de Finance

Groupe ESC Grenoble

*SPR / WPS 00-09*

Novembre 2000

Pour plus d'informations :

For further information:

Rahim BAH

Groupe ESC Grenoble

12 Rue Pierre Sémard

38003 Grenoble Cedex 01

[rahim.bah@esc-grenoble.fr](mailto:rahim.bah@esc-grenoble.fr)

**Dominique THEVENIN**

**12, rue Pierre Semard BP127  
38003 Grenoble Cedex 03**

**Professeur de Finance au Groupe ESC Grenoble**

**Membre du CERAG, URA CNRS, ESA Grenoble**

## RESUME

L'objet de cet article est d'analyser l'existence de bulles spéculatives rationnelles - c'est-à-dire l'existence d'écarts durables entre des cours boursiers efficients et leurs déterminants fondamentaux- sur les marchés américains et français, au cours de la période 1871-1996. L'intérêt est double. D'une part, les accidents spéculatifs, qui affectent de plus en plus souvent les marchés financiers, peuvent remettre en question l'argument majeur des gestionnaires de portefeuille, selon lequel les placements en actions sont les plus rentables à long terme. D'autre part, les études empiriques portent essentiellement sur le marché américain, et ne prennent pas en compte la forte hausse des cours des années 90. En général, elles ne rejettent pas les bulles. Il est donc utile de déterminer si le marché français est également affecté par des bulles.

Les tests effectués sur les indices des marchés des deux pays permettent de dégager les trois conclusions suivantes: d'abord, le biais, en faveur du rejet des bulles, affecte aussi les tests de co-intégration en présence de bulle intrinsèque. Ensuite, les tests sur le marché américain ne rejettent jamais les bulles rationnelles. Leurs résultats sont plus nets lorsque la période d'observation inclut la hausse des cours des années 90. Enfin, le marché français laisse apparaître un comportement totalement différent: les tests rejettent en général l'existence de bulles rationnelles. Des écarts, non rationnels, entre les cours et les fondamentaux semblent cependant constatés. Des problèmes économétriques, ou des ruptures de processus peuvent être à l'origine de ces résultats.

MOTS-CLEFS: Bulles, Efficience, Evaluation, Fondamentaux.

## ABSTRACT

This article examines the existence of rational speculative bubbles, i.e. the existence of sustainable margins between efficient market prices and their fundamental determinants, on the American and French markets during the period of 1871-1996. There are two reasons for taking an interest in this topic. On one hand, speculative crashes which affect financial markets increasingly more often may question the principal tenet of portfolio management according to which investment in shares is the most rewarding in the long term. On the other hand, empirical studies essentially refer to the American market and fail to address the considerable surge in market prices during the nineties. Generally, these studies do not dismiss the financial bubbles. Hence, it is useful to determine if the French market is equally affected by these bubbles.

Tests conducted on market indices in both countries lead to the following three conclusions. First, the bias toward rejecting the bubbles also affects the co-integration tests for the presence of intrinsic bubbles. Secondly, the test conducted on the American market have never dismissed the existence of rational bubbles. In fact, the test results are rather accurate as the period of observation also covers the price surges of the nineties. Finally, the French market appears to suggest a completely different behaviour: the tests generally reject the existence of rational bubbles. However, the existence of non rational margins cannot be rejected. Econometric problems or breaks in the process may account for these results.

KEY-WORDS: bubbles, efficiency, pricing, fundamentals

## INTRODUCTION

Sur les marchés d'actions, de nombreux phénomènes donnent une image de désordre, notamment les emballements spéculatifs, qui se traduisent par une montée des cours puis leur effondrement. Nous avons ainsi assisté depuis 15 ans à un krach boursier en octobre 1987 ; la chute de la bourse japonaise dure depuis 10 ans après une fulgurante progression pendant les années 1980 ; l'envolée de la bourse américaine des années 1990 est qualifiée « d'irrationnelle exubérance » en 1996 par le Président de la Banque Centrale Américaine – depuis, elle a doublé. En octobre 1997, les marchés « émergents » asiatiques s'effondrent, et précipitent la zone géographique dans une spirale déflationniste. A l'été 1998, le même phénomène se produit à partir de la Russie. Enfin, en mars-mai 2000, les actions des entreprises technologiques s'écroulent, en convulsions quotidiennes après une brutale hausse qui a duré de novembre 1999 à février 2000.

Ces emballements sont appelés couramment « bulles financières », par métaphore. La recherche s'est interrogée très tôt sur les bulles, mais elle les a surtout considérées comme des erreurs d'évaluation: elles sont définies comme une « divergence durable du prix d'un titre par rapport à sa valeur fondamentale ». Les bulles, ainsi définies, ont finalement trouvé leur place dans la théorie financière: elle peuvent se développer, se dégonfler, pendant de très longues périodes, alors que le marché est efficient.

L'objet de ce papier est d'analyser si les bulles affectent les marchés d'actions américain et français. L'intérêt est double. D'une part, les accidents spéculatifs sont de plus en plus fréquents. Or, l'argument majeur des gestionnaires de portefeuille est que le placement en actions est le plus rentable à long terme. Cet argument demeure-t-il valide si un krach est suivi de plusieurs années de chute des cours ? La question est d'autant plus importante que de nombreux systèmes de retraite sont assis sur des fonds de pension investis en actions. De même, les liens entre l'économie et l'évolution des marchés ne sont pas clairement établis : l'idée la plus répandue est que les krachs sont à l'origine de dépressions économiques ; mais la vitalité actuelle de l'économie américaine semble reposer sur la bonne tenue des cours boursiers – l'hélice fait tourner le moteur.

D'autre part, les études empiriques portent essentiellement sur le marché américain. Il est donc utile et pertinent de déterminer si le marché français se comporte comme le marché américain,

sur lequel les bulles rationnelles ne sont généralement pas rejetées. Si la théorie financière autorise les bulles, leur mise en évidence empirique se heurte à de nombreuses difficultés d'ordre économétrique. Ce papier propose une méthodologie en deux étapes pour effectuer des tests. Une première phase, qui recourt à des tests indirects de cointégration et de racine unitaire, permet de rejeter les bulles ; si tel n'est pas le cas, une seconde phase consiste à estimer par régression des spécifications paramétriques.

Aussi, le papier est organisé comme suit: une première partie présente le cadre théorique des bulles rationnelles, et une spécification plausible de bulle, dite de fondamentaux. La seconde partie est consacrée aux tests empiriques de cointégration sur les marchés US et Français. La troisième estime par régression le modèle de bulle de fondamentaux, sur les deux marchés.

## **1. LE CADRE THEORIQUE DES BULLES RATIONNELLES**

### ***1.1. Mise en évidence des bulles rationnelles***

Pour évaluer le prix des actions, la théorie financière propose trois grandes approches: les modèles actuariels de dividendes futurs, le Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (MEDAF ou CAPM), et le modèle par arbitrage (APT). Le cadre des bulles rationnelles s'inscrit dans la première catégorie.

Les modèles actuariels de dividendes sont développés sous les quatre principales hypothèses d'efficience de marché suivantes, au sens de Fama (1970):

- H1 : Les intervenants établissent les prix à partir des cash-flows futurs qu'ils anticipent de manière rationnelle, en maximisant leur utilité anticipée.
- H2 : le taux d'actualisation est constant, et la courbe des taux est plate,
- H3 : les agents sont neutres vis-à-vis du risque.
- H4 : l'ensemble d'information  $\Omega_t$  sur le marché est commun à tous les agents.

Le prix d'un titre se détermine à partir de la relation d'arbitrage dite équation d'Euler:

$$P_t = E(P_{t+1} + D_{t+1} / \Omega_t) \times \frac{1}{1+r} \quad [1],$$

où  $P_t$  est le prix à la date  $t$ ,  $P_{t+1}$  le prix à la date  $t+1$ ,  $D_t$  le cash-flow auquel le titre donne droit, et  $r$  le taux du marché;  $E(.)$  désigne l'espérance mathématique du terme entre parenthèses.

L'équation est résolue de manière récursive pour donner:

$$P_t = \sum_{i=1}^n \frac{E(D_{t+i} / \Omega_t) + E(P_{t+n} / \Omega_t)}{(1+r)^i}.$$

En formulant l'hypothèse supplémentaire  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E(P_{t+n} / \Omega_t)}{(1+r)^n} = 0$  [2]

dite *condition de transversalité*, le prix du titre s'exprime comme la somme des dividendes anticipés actualisés à l'infini. Il s'agit de sa valeur fondamentale:

$$P_t = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{E(D_{t+i} / \Omega_t)}{(1+r)^i} \equiv P_t^F \quad [3].$$

Depuis l'Ecole «fondamentaliste» des années 1920, la théorie financière a bien accrédité la vérité selon laquelle le prix d'un titre doit être égale à sa valeur fondamentale. Sous cet angle, les écarts éventuels relèvent de l'erreur.

L'équation [1] admet en fait une solution générale, si la condition de transversalité [2] ne tient pas, Blanchard (1979):

$$P_t = P_t^F + B_t,$$

sous deux contraintes:

- ♦  $E(B_{t+i} / \Omega_t) = B_t (1+r)^i$  [4],
- ♦ la bulle ne peut être négative (Blanchard 1984).<sup>1</sup>

Le prix d'un titre comprend donc la valeur fondamentale et un processus strictement positif  $B_t$ , dont la croissance **anticipée** s'effectue au taux du marché  $r$ .

Ainsi, alors que le marché demeure efficient, le prix du titre s'écarte de sa valeur fondamentale;  $B_t$  correspond à une bulle, rationnelle par définition, comprise dans le prix de l'actif. Blanchard (1979) valide le fait qu'il existe des croyances sur la valeur d'un actif, sans rapport avec les fondamentaux, qui peuvent se réaliser sur le marché dès lors qu'elles sont partagées par l'ensemble des intervenants. Les anticipations initiales s'auto valident tant que la

---

<sup>1</sup> Faute de quoi le prix du titre pourrait lui-même être négatif.

bulle n'a pas éclaté.

Cet apport théorique n'a pas manqué de susciter des interrogations. Les deux contraintes mathématiques ont paru suffisamment fortes pour rendre l'existence théorique de bulles rationnelles peu vraisemblable. Diba et Grossman (1987) établissent l'argument principal contre les bulles rationnelles: soumis aux deux contraintes simultanées, si l'aléa  $B_t$  prend la valeur zéro, il ne peut plus en changer. Ainsi, une bulle ne peut apparaître spontanément, et une bulle qui éclate ( $B_t = 0$ ) ne peut plus repartir. En conséquence, les bulles rationnelles ne devraient pas exister sur les marchés.

Cet argument est en fait invalide si la bulle rationnelle respecte la contrainte de croissance anticipée, et demeure strictement positive. Des modèles de bulles sont donc concevables, dans lesquels la bulle se dégonfle ( $B_t > 0$ ) sans possibilité d'éclater.

Sous ces contraintes, deux sortes de modèles ont été conçues. Soit des processus aléatoires reflètent les «croyances communes» et alimentent les bulles: il s'agit de bulles «exogènes». Soit les bulles suivent des processus affectés par les fondamentaux relatifs aux actions (essentiellement les dividendes). Ces catégories sont présentées dans les deux parties suivantes.

## ***1.2. Les bulles exogènes.***

Le modèle de bulle exogène le plus général est proposé par Charemza et Deadman (1995).

Le processus suivi par la bulle est le suivant:

$$B_t = q_t B_{t-1} \cdot u_t \quad [5]$$

$\theta_t$  est une variable aléatoire telle que  $E(q_t) = 1 + r$ , indépendante de  $u_t$ , et exogène à la bulle.  $u_t$  une perturbation multiplicative stationnaire, de distribution identique<sup>2</sup>, et d'espérance 1.

Par construction, la contrainte de croissance anticipée [4] est respectée. En effet, le processus



étant composé de trois variables indépendantes, il vient:

$$E(B_{t+1}) = E(\mathbf{q}_{t+1} B_t u_t) = E(\mathbf{q}_{t+1}) \cdot E(B_t) E(u_t)$$

Les propriétés de  $\theta_t$  et  $u_t$  permettent alors d'établir que:

$$E(B_{t+1}) = E(\mathbf{q}_{t+1}) \cdot E(B_t) E(u_t) = (1+r) B_t.$$

Pour satisfaire la contrainte de stricte non-négativité, une condition supplémentaire de lognormalité est imposée aux variables  $\theta$  et  $u_t$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_t &= e^{\Theta_t}, & \Theta_t &\sim IIN(\ln(1+r) - \mathbf{s}_q^2 / 2; \mathbf{s}_q^2) \\ u_t &= e^{U_t}, & U_t &\sim IIN(-\mathbf{s}_u^2 / 2; \mathbf{s}_u^2) \end{aligned}$$

Dans le cas particulier où la variable d'anticipation de croissance est déterministe, et le taux d'actualisation est positif ( $\mathbf{s}_q^2 = 0$  et  $r > 0$ ), la bulle dégénère en marche au hasard géométrique:

$$B_t = (1+r) B_{t-1} \cdot u_t, \quad [6]$$

La bulle se développe ainsi de manière exponentielle au taux  $r$ ; sa trajectoire est affectée uniquement par la réalisation de la perturbation  $u$ .

Dans le cas général, où le marché attend une croissance aléatoire de la bulle ( $\mathbf{s}_q^2 > 0$  et  $r > 0$ ), la bulle suit un processus avec tendance, dont la racine unitaire est stochastique:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_t = \mathbf{q}_t B_{t-1} \cdot u_t \\ E(\mathbf{q}_t) = 1+r \end{array} \right., \quad \text{de forme logarithmique :} \left\{ \begin{array}{l} b_t = \ln(\mathbf{q}_t) + b_{t-1} + \mathbf{x}_t \\ E(\mathbf{q}_t) = 1+r \end{array} \right. [7]$$

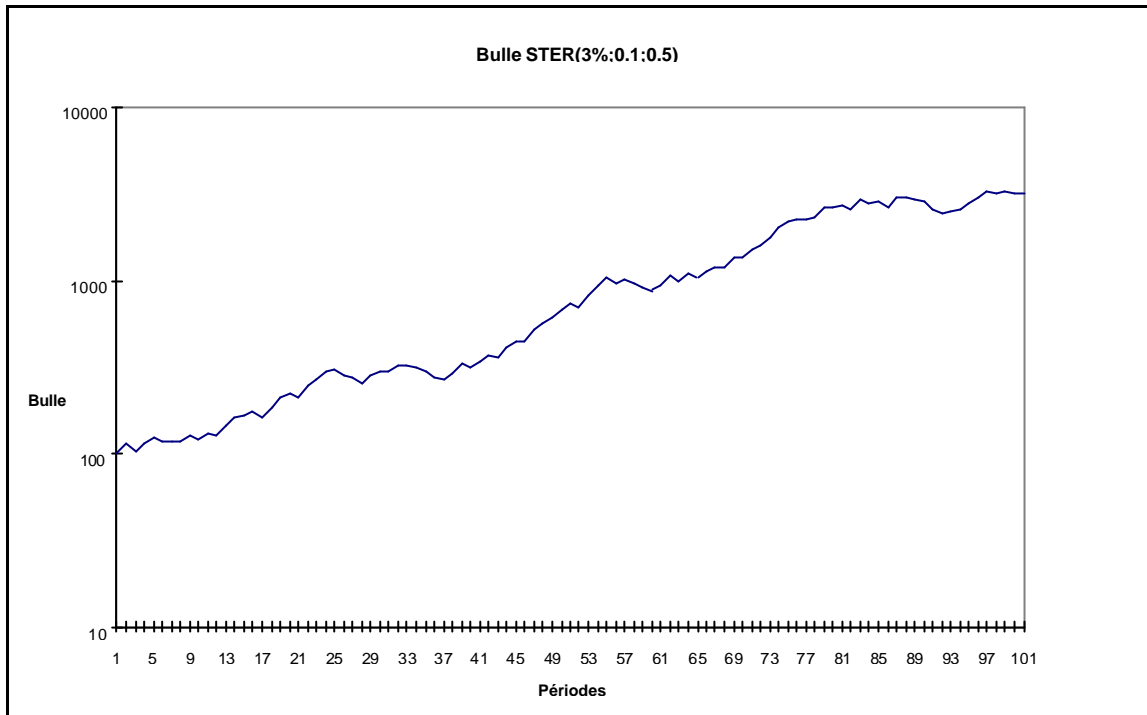
Trois éléments déterminent donc la dynamique de cette bulle :

- ◆  $r$ , le taux d'anticipation de la croissance, qui donne la tendance de la trajectoire,
- ◆  $\mathbf{s}_q^2$ , le risque qui pèse sur les anticipations de croissance,
- ◆  $\mathbf{s}_u^2$ , le risque de la perturbation.

---

<sup>2</sup> Il n'est pas nécessaire que les variables  $u_t$  soient indépendantes.

**Figure 1: simulation d'une bulle STER(3% ;0.1 ;0.5)**



La bulle est simulée sur 100 périodes, l'aléa  $\sigma_u^2 = 0.5$ . Elle se développe de manière heurtée. On lit à certaines périodes les éruptions, et les dégonflements. Mais, la tendance, imposée par un taux d'actualisation faible, condamne néanmoins la bulle à diverger inexorablement.

L'anticipation de croissance de la bulle est matérialisée par son aspect stochastique, qui autorise des dynamiques de bulles variées. En effet, à un instant donné, *ceteris paribus*, 3 cas d'anticipations de croissance de la bulle peuvent se produire:

- ◆  $q_t > 1 + r$  : la croissance de la bulle s'amplifie. Elle entre en éruption<sup>3</sup>.
- ◆  $1 < q_t < 1 + r$  : la croissance de la bulle ralentit.
- ◆  $q_t < 1$  : la bulle diminue ou se dégonfle.

Le point essentiel à souligner est que l'amplitude des fluctuations dans le temps est décidée (pour un taux d'intérêt et perturbation donnés) exclusivement par la variance de  $\theta_t$ . Un dégonflement ou une éruption ont d'autant plus de chances de se produire que les anticipations sur la bulle présentent des risques forts ( $s_q^2$  est élevé). Nous retrouvons le rôle essentiel que jouent les anticipations dans la propagation des bulles.

Dégonflements et éruptions sont atténués ou exacerbés par la réalisation de la perturbation  $u$ .

<sup>3</sup> Le terme est proposé par Evans (1991).

Ce processus général est appelé processus à racine stochastique explosive<sup>4</sup>, ou « Stochastic Explosive Root Process ». Caractérisé par 3 paramètres, il est noté:  $\text{STER}(r, \mathbf{s}_q^2, \mathbf{s}_u^2)$ .

La figure 1, qui simule un exemple de bulle STER (3%;0.1;0.5), montre les éruptions et les dégonflements successifs de la bulle. Bien que le risque de l'aléa soit élevé (0.5), la tendance, imposée par un taux d'actualisation faible, condamne néanmoins la bulle à diverger inexorablement.

Il semble donc que les bulles exogènes, notamment les bulles STER, apportent des formulations compatibles avec la théorie des bulles rationnelles. Mais leur tendance les rend peu réalistes face au comportement des cours boursiers. C'est pourquoi nous préférons nous orienter vers d'autres modèles.

### ***1.3. Les bulles de fondamentaux***

Dans la seconde catégorie de modèles, l'idée sous-jacente est que la bulle n'est pas nécessairement exogène aux éléments fondamentaux qui déterminent le prix du titre (essentiellement les dividendes). Il est possible en effet que les fluctuations aléatoires des fondamentaux véhiculent des informations qui se reflètent à la fois dans la valeur fondamentale, et dans la bulle.

Cette idée a permis d'exprimer une classe de bulles qui apporte des explications plus satisfaisantes au comportement des cours boursiers: les bulles de fondamentaux, exhibées par Froot et Obstfeld (1991), Ikeda et Shibata (1992), et Artus et Moncef (1993).

### ***Expression des fondamentaux***

La mise en évidence de ces bulles est possible sous l'hypothèse **H5** : les dividendes suivent une marche au hasard géométrique avec tendance:  $\ln(D_{t+1}) = \mu + \ln(D_t) + \epsilon_t$ , [8], où  $\mu$

---

<sup>4</sup> Le terme « explosion » est associé à un processus dont la limite en l'infini ne converge pas. Il ne doit pas être confondu avec l'éclatement de la bulle, qui la fait disparaître.

est le taux de croissance du dividende, et  $\varepsilon$  un aléa qui suit une loi normale de moyenne zéro et d'écart-type  $\sigma$ .<sup>5</sup>

La valeur fondamentale devient:<sup>6</sup>

$$P_t^F = P^F(D_t, t) = \frac{D_t}{e^r - e^{m+s^2/2}} \quad [9]$$

Pour extraire la bulle, la contrainte [4] est satisfaite pour de nombreuses solutions, dont on retient la forme:

$$B(D_t, t) = x(D_t) y(t) \text{ où } y \text{ est une fonction du temps}^7.$$

La solution est:  $B(D_t, t) = cD_t^\lambda e^{bt}$ , où  $\lambda$  est racine de l'équation du second degré:  $\lambda^2 s^2 / 2 + m\lambda + b - r = 0$ . Par analogie, les  $\lambda$  sont dits racines de la bulle.  $\beta$  est un paramètre lié à l'anticipation de la variation des dividendes dans le temps. Il surgit dans la résolution des équations; et sa signification économique, peu claire, est occultée par les auteurs.

Le prix du titre se compose donc de sa valeur fondamentale, et d'une bulle qui comprend deux éléments, dont la dynamique est dictée à la fois par le temps, le dividende courant, et les « racines » de la bulle:

$$P_t = \frac{D_t}{e^r - e^{m+s^2/2}} + c_1 e^{b_1 t} D_t^{\frac{-m - \sqrt{m^2 - 2(b-r)s^2}}{s^2}} + c_2 e^{b_2 t} D_t^{\frac{-m + \sqrt{m^2 - 2(b-r)s^2}}{s^2}} \quad c_1 \text{ et } c_2 \geq 0. \quad [10]$$

Selon les valeurs prises par les paramètres, la forme non linéaire rend possible un large éventail de dynamiques de la bulle, fort différents des comportements des bulles exogènes, bulles STER comprises. De plus, le paramètre  $\beta$  dicte d'une part la tendance exponentielle de la bulle, d'autre part le signe des racines. La bulle peut ainsi adopter trois dynamiques de long terme (convergence asymptotique), mis en évidence dans le modèle stochastique d'Ikeda *et*

<sup>5</sup> Les calculs sont facilités en remplaçant le facteur d'actualisation traditionnel  $(1+r)^{-1}$  par  $e^{-r}$ .

<sup>6</sup> Pour que le prix soit défini positif, il faut supposer de plus que  $r > m + s^2 / 2$ .

<sup>7</sup> On se reportera à Froot et al. et Ikeda et al. pour les calculs.

al, et que nous adaptons au cadre de cette étude.

- ◆ Lorsque  $\beta > -\lambda_2\mu$ , la composante temporelle  $e^{\beta t}$  contraint la bulle à se développer à perpétuité. Bien que l'interprétation économique du coefficient  $\beta$  est délicate, nous savons qu'il représente une anticipation de croissance des dividendes. Notre avis est que la réalité économique associée à un tel niveau pour  $\beta$  est invraisemblable, et aboutit à une bulle qui n'a pas de sens.
- ◆ Lorsque  $\beta < -\lambda_1\mu$ , la composante temporelle  $e^{\beta t}$  converge vers zéro, et entraîne une convergence asymptotique de la bulle. Le prix converge vers la valeur fondamentale en laissant la bulle dans un état endémique.
- ◆ Lorsque  $\beta$  est compris entre  $-\lambda_1\mu$  et  $-\lambda_2\mu$ , la bulle se trouve dans une situation surprenante, « sur le fil du rasoir »<sup>8</sup>. Dans cet intervalle, la bulle contient une racine positive et une racine négative. La tendance temporelle  $e^{\beta t}$  n'est pas suffisamment prononcée pour déterminer a priori la convergence de la bulle dans un futur éloigné. Des simulations montrent que la trajectoire de la bulle est longtemps hésitante, puis retombe vers les fondamentaux, ou s'en écarte définitivement.(Figure 2)

### *Le cas particulier des bulles intrinsèques*

Lorsque  $\beta = 0$ , la composante temporelle de la bulle disparaît. La bulle est dictée uniquement par la réalisation du dividende courant (d'où la dénomination de bulle intrinsèque), qui subit l'influence non linéaire d'une racine positive et d'une négative.

L'analyse ci dessus situe les bulles intrinsèques dans la catégorie « sur le fil du rasoir ».<sup>9</sup> Cette situation semble attractive pour la recherche financière, car nous sommes face à des bulles rationnelles dont la croissance **anticipée** est égale au taux d'actualisation, alors que nul ne sait si dans le futur la bulle va se développer, se dégonfler, ou se stabiliser.

Par ailleurs, la sensibilité au dividende est forte, et ce genre de bulle expliquerait bien les surs réactions du prix des actions aux nouvelles informations relatives aux dividendes, idée déjà émise entre autres par Shiller (1984) et West(1987).

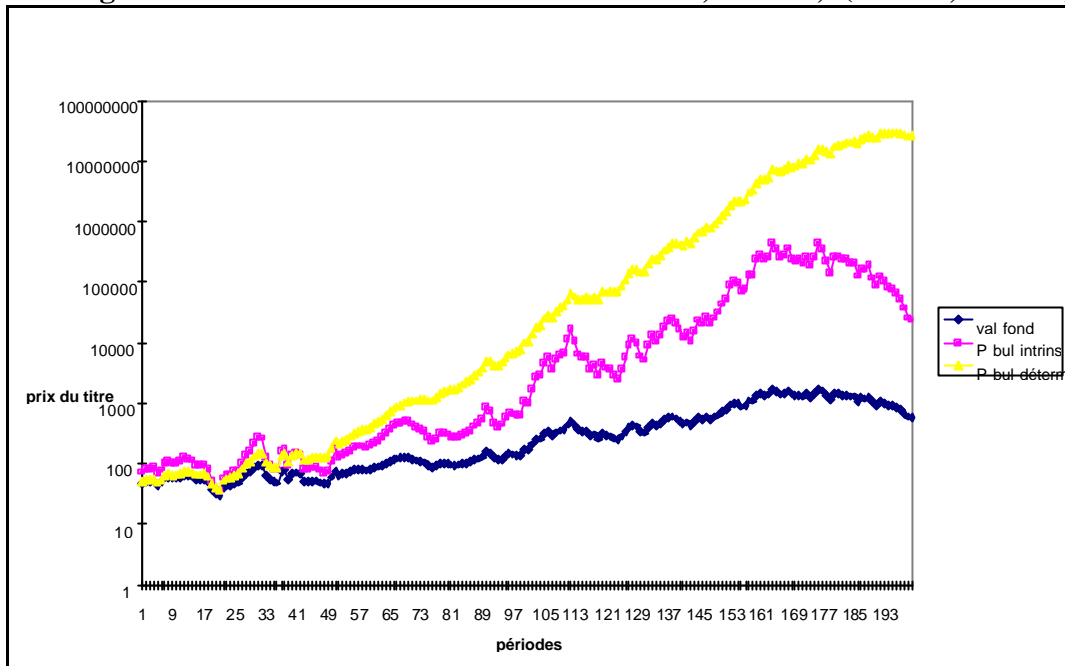
---

<sup>8</sup> « Saddle-point stable » chez Ikeda *et al.* La traduction française la plus appropriée est le fil du rasoir.

<sup>9</sup> Dans ces conditions, il y a une racine de chaque signe, d'où les termes  $-\lambda_1\mu$  et  $-\lambda_2\mu$  sont forcément de



**Figure 2: simulation de bulles de fondamentaux, 200 ans,: ( $b=0.08$ , et  $b=0$ )**



La courbe inférieure représente la valeur fondamentale, la supérieure est la bulle de fondamentaux  $\beta=0.08$ , dont la tendance temporelle est trop forte pour être plausible. La courbe du milieu correspond à la bulle « sur le fil du rasoir »: sa trajectoire est imprévisible. La bulle se dégonfle à plusieurs reprises.

En conclusion, nous pouvons souligner que la recherche a produit, au cours des années 1990, des modèles de bulles rationnelles cohérents avec les cours boursiers, et compatibles avec des contraintes d'existence, qui s'avèrent, en définitive, bien peu restrictives. Parmi ces modèles, les bulles de fondamentaux «sur le fil du rasoir », et leur cas particulier de bulles intrinsèques, semblent présenter une voie de recherche intéressante, pour deux raisons: d'une part, car la bulle peut ne pas diverger dans un futur éloigné, d'autre part, car ces modèles s'expriment par des spécifications paramétriques testables.

## 2. LES TESTS DE BULLES PAR LA COINTEGRATION

S'il a été possible d'établir l'existence théorique des bulles rationnelles, leur mise en évidence empirique s'avère d'autant plus indispensable que leurs liens avec l'économie sont ténus. La bulle rationnelle étant définie comme la différence entre le prix du titre et sa valeur fondamentale qui prévaudrait sur un marché efficient, un test empirique consiste donc à estimer une grandeur à partir de la valeur fondamentale, qui n'est pas observable. La définition de la

bulle rationnelle oblige donc l'économetre à tester un modèle de valeur fondamentale, sous hypothèses jointes d'efficience (H1 à H4), et à analyser si l'écart éventuel est rationnel - c'est-à-dire qu'il vérifie la contrainte [4]. A cet effet, deux techniques sont envisageables<sup>10</sup> : des tests de cointégration ou de racine unitaire, et des tests de spécification de modèles paramétriques qui représente la trajectoire de la bulle. Cette partie est consacrée à la première technique.

Le recours aux tests de cointégration, et de racine unitaire, constitue la première étape de la traque de bulles. Cette technique découle de la contrainte de croissance anticipée de la bulle [4]. Pour comprendre ce lien, nous consacrons d'abord la première section aux liens entre les bulles et les tests de cointégration. Dans une seconde section, nous procédons à l'analyse empirique sur les marchés français et américain. Les limites relatives à cette approche sont exposées en troisième section, où nous évaluons, au moyen de simulations, les biais de ces tests.

### ***2.1. Les liens entre les bulles et les tests de cointégration***

L'analyse des liens entre séries temporelles pose des difficultés, lorsque les variables économiques analysées ne sont pas stationnaires. Les tests de cointégration introduits par Granger (1986), Engle et Granger (1987), permettent de rechercher si des liens à long terme existent entre des séries temporelles non stationnaires.

Nous rappelons d'abord les notions de stationnarité et de marche au hasard. Un processus  $y_t$  stationnaire présente les trois caractéristiques principales suivantes : sa variance est finie et constante dans le temps, sa trajectoire fluctue autour de sa moyenne, et les autocorrélations sont proportionnelles au temps. Si le processus n'est pas stationnaire, l'une au moins des trois caractéristiques suivantes n'est pas vérifiée : variance inconditionnelle dépendante du temps et

---

<sup>10</sup> Une troisième technique a été également envisagée : les tests d'« excessive volatilité », selon Shiller (1981). Les bulles peuvent en effet expliquer la volatilité du marché. Mais ces tests ne peuvent être utilisés pour les bulles spéculatives: techniques économétriques controversées, voir les revues de littérature et travaux de Cochrane (1991), Fontaine (1991), Leroy et Steigerwald (1995). Comportement imprévisible en



infinie, fluctuation sans lien avec les valeurs passées, et autocorrélations proches de 1, y compris pour des retards importants.

Souvent, les « différences premières » ( $y_t - y_{t-1}$ ) constituent un processus stationnaire. Ce cas correspond à la situation bien connue de la marche au hasard:

$$y_t = a + bt + cy_{t-1} + u_t \text{ où } u_t \approx iid(0, \sigma^2) \quad [11]$$

où  $y$  possède une racine unitaire si  $c = 1$ , et est stationnaire si  $|c| < 1$ . Le processus est explosif si  $c > 1$ . Le processus est dit intégré d'ordre 1,  $I(1)$ . Plus généralement, un processus est dit intégré d'ordre  $p$ ,  $I(p)$ , s'il doit être différencié  $p$  fois avant d'être stationnaire.

Nous introduisons ensuite la notion de cointégration. Lorsque deux variables  $x$  et  $y$  suivent des processus de marche au hasard, c'est-à-dire sont intégrées d'ordre 1, on pourrait attendre que les combinaisons linéaires de  $x$  et  $y$  ne soient pas stationnaires. Pourtant, certaines séries offrent la propriété qu'une combinaison linéaire particulière,  $w_t = y_t - bx_t$  est stationnaire. La stationnarité indique que la trajectoire de  $w_t$  ne va pas s'éloigner durablement de la valeur moyenne de  $w_t$  et que les trajectoires de  $x_t$  et  $y_t$  sont liées par une relation d'équilibre à long terme.  $x_t$  et  $y_t$  sont dites cointégrées<sup>11</sup>.

Pour analyser ces liens, il est recommandé d'effectuer un test dont le point de départ est une régression OLS, dite de cointégration, entre les variables  $x_t$  et  $y_t$ :

$$y_t = a + bx_t + u_t \quad [12]$$

La variable  $w_t$ , au terme constant près, n'est autre que le résidu  $u_t$  de cette régression, dont la stationnarité est analysée par deux tests :

- ◆ Le test CRDW (Cointegrating Regression Durbin Watson Test) : la statistique de Durbin-Watson de la régression [12], notée  $\xi_1$ , dont les valeurs critiques sont tabulées par les auteurs, indique si  $w_t$  n'est pas autocorrélé.
- ◆ Le Test de Dickey et Fuller (1981) « augmenté » (ADF) : il est appliqué, avec, puis sans retard, au résidu de la régression [12], pour indiquer si  $w_t$  contient une racine unitaire. Les

---

présence de bulle exogène, Flood et Hodrick (1990), et en présence de bulle intrinsèque, Thévenin (1998).

<sup>11</sup> La notion est généralisée à plusieurs variables, et pour des niveaux d'intégration supérieurs à 1.

statistiques usuelles  $t$  et  $F$ , notées  $\xi_2$  (test DF) et  $\xi_3$  (test ADF avec retard) ne suivent toutefois pas les distributions du test ADF. Leurs valeurs critiques sont tabulées par Engle et Yoo (1987).

Cette procédure est toutefois contestée par Shen et Wang (1990) car les tests sur paramètres cointégrés ne suivent aucune procédure standard.

Nous exposons enfin pourquoi des tests de bulles rationnelles peuvent se rattacher à des tests de stationnarité, et de cointégration. En effet, dans les modèles linéaires à anticipations rationnelles, l'ordre d'intégration des dividendes est identique à l'ordre d'intégration de la valeur fondamentale, Hamilton et Whiteman (1985). Ainsi, si les dividendes sont  $I(1)$  – marche au hasard – , la valeur fondamentale  $P_t^F$  est également  $I(1)$ , et les différences premières  $\Delta D_t$  et  $\Delta P_t^F$  sont stationnaires,  $I(0)$ . Donc en l'absence de bulle, où  $P_t = P_t^F$  la série  $P_t$  est  $I(1)$ , tandis que la série  $\Delta P_t$  est  $I(0)$ . Mais si une bulle rationnelle est présente, qui croît au taux  $r$ , il ne devrait pas être possible de rendre la série temporelle  $B_t$  stationnaire, même en la différenciant  $p$  fois. Par conséquent, en présence de bulle, *ceteris paribus*,  $\Delta P_t$  n'est pas  $I(0)$ . Plus généralement, en l'absence de bulle, dividendes et valeur fondamentale sont cointégrés, Campbell et Shiller (1987).

Ainsi, une première voie pour tester les bulles consiste donc à poser l'hypothèse nulle  $H^0$  [absence de bulle rationnelle], sous hypothèses jointes **H1 H2 H3 H4**, et à déterminer si les cours, les valeurs fondamentales, ou des combinaisons appropriées, sont stationnaires. Ce test s'applique également au rapport P/D qui ne peut être stationnaire en présence de bulle, Craine (1993). Une seconde voie consiste à conduire un test de cointégration entre les cours et les dividendes. Si la cointégration entre les prix et les dividendes est rejetée,  $H^0$  est rejetée: les bulles ne peuvent pas être éliminées si le modèle fondamental tient.

Ces techniques ont été appliquées sur plusieurs indices du marché américain, notamment l'indice S&P500, à des périodes comprises entre 1871 et 1988. Diba et Grossman (1988a) concluent au rejet des bulles rationnelles, alors que la plupart des critères des tests de racines

unitaires, et de cointégration sont «mitigés<sup>12</sup>. ». En effet, ils ne rejettent généralement pas les hypothèses nulles au seuil de 5 ou 10%. Par contre, Froot et al. rejettent l'absence de bulle sur les combinaisons théoriques  $P_t - kD_t$  et  $\ln(P_t) - \ln(D_t)$  induits par le modèle [9]. Il en est de même pour Craine (1993) avec le ratio P/D, et des processus de dividendes moins restrictifs que **H5**.

## ***2.2. Analyse empirique des marchés américain et français, période 1871-1996.***

Nous avons appliqué ces techniques pour tester les bulles sur les marchés français et américain, pendant la période 1871-1997. Pour le marché américain, les cours, et les dividendes associés, correspondent à l'indice annuel S&P 500 de janvier de chaque année, déflaté par l'indice des prix de gros. Ils sont disponibles, pour la période 1871-1988, chez Shiller (1989). Nous avons reconstitué les années 1989-1997 à partir du Statistical Abstract of the USA (1994), et du Financial Times. Pour le marché français, il s'agit de l'indice annuel des actions extrait en fin d'année<sup>13</sup>, calculé par Pedro Arbulu, de 1871 à 1918, l'indice INSEE de 1919 à 1992. Nous avons retenu l'indice SBF 250, pour la période postérieure. L'indice des dividendes associé est calculé à partir du taux de rendement observé en juillet de l'année (Arbulu pour 1801-1918, INSEE pour 1919-1992, et dans les Echos pour 1993-1996). L'indice des prix annuel (de détail, ou à la consommation) est fourni par Lévy-Leboyer et Bourguignon (1985) de 1821 à 1913, et l'INSEE depuis 1914. Il est estimé en fin d'année.<sup>14</sup>

L'hypothèse nulle que nous testons est l'absence de bulle, sous hypothèses jointes **H1 H2 H3 H4**, et le modèle classique d'anticipations rationnelles . A cet effet, deux types de tests sont appliqués sur chaque marché :

- ◆ Des tests de stationnarité sur  $P_t$ ,  $D_t$ , P/D, et sur la combinaison  $P_t - kD_t$  (sous **H5**).
- ◆ un test de cointégration entre les prix et les dividendes (en niveau et en logarithmes).

---

<sup>12</sup> « somewhat mixed » dans le texte

<sup>13</sup> décembre n en France correspond donc à janvier n+1 aux USA.

Nous avons retenu trois tests de stationnarité, dont l'hypothèse nulle est la marche au hasard: Dickey et Fuller (1981) « augmenté » (ADF), Philips et Perron (1988) PP, et Barghava (1986). Ils sont présentés en annexe.

### **Résultat des tests de racine unitaire:**

#### *Marché américain:*

D'après le tableau 1 en annexe, les cours et les dividendes ne sont pas stationnaires en niveau. En différences premières,  $\Delta D_t$  semble stationnaire d'après les deux tests. Le test de Barghava détecte une racine explosive pour les cours. La hausse du marché des années 90 se reflète donc dans les tests. P/D n'est pas stationnaire en niveau, mais ses différences premières rejettent la marche au hasard au profit de la stationnarité. Aucune tendance explosive n'est détectée par le test de Barghava. La non stationnarité de  $\Delta P_t$  et P/D, alors que les dividendes semblent  $I(1)$ , ne permet donc pas d'exclure les bulles des cours boursiers.

Appliquer les tests de racine unitaire à la combinaison théorique  $P_t - k D_t$  requiert de déterminer  $k$ , à partir du modèle [9], et de valider l'hypothèse de marche au hasard géométrique des dividendes. Sur le marché américain,  $\ln(D_t)$  n'est pas stationnaire en niveau, mais l'est en différence première. En niveau, une racine unitaire au seuil 5% apparaît au 12<sup>e</sup> retard dans le test ADF, et au 14<sup>e</sup> dans le test PP. Cette racine apparaissait au seuil 10% dès le quatrième retard. En différences premières, PP et ADF rejettent la racine aux seuils 1% ou 5%. Les log dividendes semblent donc  $I(1)$ .<sup>15</sup> L'hypothèse de marche au hasard géométrique des dividendes paraît donc acceptable. Les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  sont estimés à 0,0146 et 0,1197. Le taux d'actualisation correspond à la moyenne arithmétique des rendements annuels en prix et dividendes, qui atteint 8,59%. Ceci indique que  $k$  théorique vaut 14.773.

D'après le tableau 3 en annexe, les tests réalisés sur ce spread ne rejettent pas la marche au hasard, et présupposent les bulles.

---

<sup>14</sup> Nous remercions Pedro Arbulu, IOF, pour avoir bien voulu nous prêter ces données 1801-1992.

<sup>15</sup> Les analyses sur les dividendes sont controversées. Sur des périodes d'amplitudes différentes, les tests ADF et PP statuent toujours sur le fil de rasoir à propos de la marche au hasard géométrique des dividendes. Notre analyse sur la période 1871 - 1996 rencontre également cette difficulté.

### Marché français:

D'après le tableau 2 en annexe, les cours semblent  $I(1)$ , dans tous les tests. En différences premières, le rejet de la racine unitaire est moins net pour  $\Delta d_t$ . Les dividendes semblent donc  $I(1)$ , malgré des traces d'autocorrélation lointaine. La variable  $P/D$  est également  $I(1)$ . L'intégration à l'ordre 1 des prix et des dividendes ne permet pas de rejeter l'hypothèse nulle d'absence de bulle sur le marché français. Pour le spread  $P_t - k D_t$ , le tableau 2 en annexe indique que la racine unitaire n'est jamais rejetée pour le log-dividende. L'hypothèse de marche au hasard géométrique du dividende est donc admissible. Les paramètres  $\mu$  et  $\sigma$  sont estimés à -0,0064 et 0,1347. Le taux d'actualisation correspond à la moyenne arithmétique des rendements annuels en prix et dividendes, qui atteint 5,91%. Ceci indique que  $k$  théorique vaut 17.7.

D'après le tableau 5 en annexe, la racine unitaire est rejetée au seuil de 1% par les tests ADF et PP, mais ce rejet intervient au seuil de 10% si l'on introduit 12 retards ou plus. Il est donc difficile d'affirmer sans ambiguïté que ce spread ne contient pas de racine unitaire.

Ainsi, les tests de racine unitaire sur des variables pertinentes rejettent très largement l'hypothèse nulle d'absence de bulle sur le marché américain. Sur le marché français, au contraire, ce rejet est ambigu.

### **Résultats des tests de cointégration cours-dividendes**

Après avoir étudié la stationnarité des variables, nous effectuons des tests de cointégration entre les cours et les dividendes, selon Granger et al.

### Marché américain:

Si les dividendes sont clairement  $I(1)$ , des doutes subsistent sur le niveau d'intégration des cours, et donc sur la possibilité de mettre en route le test. Aussi nous réalisons le test également pour des variables en logarithmes, qui sont toutes deux  $I(1)$ .

Le tableau 1 donne le résultat de la régression de cointégration entre les variables, et les estimations des tests CRDW, et ADF sur le résidu, en niveaux et en logarithmes. En niveau, le coefficient de cointégration (37.1) est conforme aux estimations des travaux antérieurs, qui portaient sur des périodes plus courtes. Il est trop élevé pour être compatible avec un taux d'actualisation raisonnable. En logarithmes, la théorie suggère que le coefficient est 1, alors qu'il atteint 1.38 dans la réalité.

**TABLEAU 1: Test de cointégration prix-dividendes, marché US 1871-1996**

Equation de Cointégration	Coeff de cointégration	CRDW = $X_1$	ADF $x_2$	ADF $x_3$	R <sup>2</sup>
Valeur critique 5%		0.386	-3.17	-3.17	
Valeur critique 1%		0.511	-3.77	-3.77	
$P_t = a + bD_t + u_t$	37.1 (1.32)	0.396**	-0.78	-2.44 (p=14)	86%
$Log(P_t) = a + bLog(D_t) + u_t$	1.38 (0.04)	0.521***	-3.00	-2.18 (p=10)	90%

(\*\*\*): significatif au seuil 1%. Le chiffre entre parenthèses sous le coefficient de cointégration est son erreur-type. Le chiffre entre parenthèses sous la valeur de  $\xi_3$  est le nombre de retards significatifs retenus après avoir blanchi les résidus.

Le test CRDW ne rejette pas la cointégration des variables en niveau comme en logarithmes. Ce critère est réputé peu robuste. Par contre, les critères  $\xi_2$  et  $\xi_3$ , fondés sur le test ADF, rejettent la cointégration pour chaque couple de variables.

Le rejet de la cointégration entre les prix et les dividendes est plus net sur la période 1871 – 1996 que Diba et al. ne l'établissaient pour la période 1871-1985, ou Froot et al. pour 1900-1988. La forte hausse du marché des années 90 renforce l'absence de lien à long terme entre les prix et les dividendes, et présume fortement de bulles.

#### Marché français:

Sur le marché français, le tableau 2 donne le résultat de la régression de cointégration entre variables, et les estimations des tests CRDW, et ADF sur le résidu, en niveaux et en logarithmes. En niveau, le coefficient de cointégration (19) est compatible avec un taux d'actualisation raisonnable. Mais en logarithmes, la théorie suggère que le coefficient est 1, alors qu'il atteint 0.629 dans la réalité. L'estimation en logarithmes semble donc peu réaliste.

**TABLEAU 2: Test de cointégration prix-dividendes, France 1871-1996**

Equation de Cointégration	Coefficient de cointégration	CRDW $e_1$	ADF $e_2$	ADF $e_3$	R <sup>2</sup>
Valeur critique 5%		0.386	-3.17	-3.17	
Valeur critique 1%		0.511	-3.77	-3.77	
$P_t = a + bD_t + u_t$	19.02 (0.993)	0.431**	-4.14***	-4.45*** (4 retards)	75%
$\text{Log}(P_t) = a + b\text{Log}(D_t) + u_t$	0.629 (0.0499)	0.319	-3.41**	-4.71*** (6 retards)	57%

Le test CRDW ne rejette pas au seuil 5% la cointégration des prix et des dividendes en niveau, mais la rejette pour les logarithmes. Les critères  $\xi_2$  et  $\xi_3$  ne rejettent pas la cointégration des variables en niveau comme en logarithmes, et ce aux seuils 5 ou 1%. Nous devons néanmoins préciser que les résultats, très significatifs pour des retards 2 à 10, le sont au seuil 10% si l'on introduit 12 ou 14 retards dans les régressions. Ainsi, un éventail de tests de cointégration et de racine unitaire conduisent à des résultats très différents sur les deux marchés. Sur le marché américain, les tests ne permettent pas d'éliminer la présence de bulles rationnelles dans les cours boursiers. Le rejet de l'hypothèse nulle est large. Tel n'est pas le cas du marché français. Les écarts de résultats de tests montrent qu'en France, les traces de bulles sont faibles ou inexistantes.

### 2.3. La pseudo-stationnarité des tests de cointégration

Les tests de cointégration sont fondés sur la contrainte de croissance anticipée [4], d'après laquelle les bulles rationnelles présentent une racine supérieure à 1. Ce raisonnement est valide si les anticipations *ex ante* sont réalisées *ex post*, c'est-à-dire si les bulles prennent une grande ampleur avant leur éclatement. Or, certaines classes de bulles découvertes vérifient *ex ante* la contrainte [4], mais leur ampleur *ex post* peut être faible, et la fréquence élevée : bulles de fondamentaux « sur le fil du rasoir ».

Il appartient à Evans (1991) de montrer que les tests de racine unitaire, et de cointégration, sont incapables de détecter certaines formes de bulles rationnelles. L'explication tient dans la logique des tests. En raison de sa contrainte de croissance anticipée *ex ante*, la bulle est

conçue comme un processus explosif, linéaire et autorégressif. Sous cet angle, elle interdit aux cours et aux dividendes d'être cointégrés. Il s'avère cependant que les bulles à dégonflements fréquents génèrent des séries non linéaires, qui ne prennent pas un aspect explosif assez fort. Or les tests de stationnarité étant valides pour des processus AR(p), linéaires, les processus  $B_t$  et  $P_t$  ne s'inscrivent ni dans l'hypothèse nulle, ni dans l'hypothèse alternative des tests usuels. Les bulles de faible ampleur et à éclatement fréquent ne sont donc pas détectables par les tests de cointégration, ou de racine unitaire, car ces tests comportent un biais de « pseudo-stationnarité ».

Les bulles de fondamentaux «sur le fil du rasoir » présentant parfois des dégonflements, il nous semble intéressant d'examiner si le biais de pseudo-stationnarité affecte ce type de bulle. Pour cela, nous avons simulé 500 séries de prix comportant une bulle intrinsèque, dont les paramètres correspondent au marché US, puis effectué les tests usuels ADF, Barghava sur les prix, et des tests de cointégration entre prix et dividendes.<sup>16</sup> Le tableau 3 indique le taux de rejet de l'existence de racine unitaire, qui atteint théoriquement 5%.

**TABEAU 3: % de rejet de racines unitaires dans les bulles intrinsèques**

Test	Statistique	% de rejet de l'existence de racine unitaire
ADF sur $P_t$	$\Phi_3$	14%
ADF sur $P_t$	t	5,2%
Barghava sur $P_t$	N2 (explosivité)	16,4%
ADF sur $\Delta P_t$	$\Phi_3$	89%
ADF sur $\Delta P_t$	t	87%
Barghava sur $\Delta P_t$	N2 (explosivité)	2%
Cointégration	CRDW $\xi_1$	66%
Cointégration	ADF $\xi_3$	38%

Nous constatons que les erreurs d'inférence des tests usuels sont nombreuses. Le t du test ADF est fiable puisque que sur  $P_t$ , série par construction non stationnaire, le % d'acceptation de la stationnarité (5.2%) est proche du seuil de 5%. Or, ce test, appliqué à  $\Delta P_t$ , indique que dans 87 % des cas, la bulle intrinsèque est I(1). La technique suggérée par Hamilton et al. est donc biaisée en faveur du rejet des bulles. Les tests de cointégration s'avèrent également biaisés en présence de bulle «sur le fil du rasoir » : la statistique  $\xi_3$  se révèle la moins

<sup>16</sup> Par construction, les dividendes suivent une pure marche au hasard; il est donc inutile d'incorporer des retards au test ADF, ou d'effectuer le test PP.



mauvaise, mais dans 33% des cas rejette l'existence de la bulle à tort.

Enfin, signalons que, dans cette situation, les statistiques  $t$  et  $F$  du test ADF conduisent à des inférences contradictoires. Elles surviennent lorsque la bulle présente des traces d'explosivité: le test ADF consiste en un test de significativité de la racine. Si  $t$  est inférieur à une valeur critique, la racine est *strictement inférieure* à 1; on rejette  $H^0$  au profit de la stationnarité. Si  $F$  est supérieur à une valeur critique, la racine est *différente* de 1. Comme la plupart des séries économiques sont  $I(1)$ , l'usage dans les tests adopte la stationnarité si  $F$  est supérieur à la valeur critique. Mais, lorsque les séries montrent un caractère explosif, la racine est supérieure à 1. Le  $t$  est très supérieur à la valeur critique, et ne rejette pas  $H^0$ .  $F$  est supérieur à la valeur critique et rejette  $H^0$ , à juste titre, mais le rejet ne doit pas se faire au profit de la stationnarité. A notre avis, l'utilisation du  $F$  dans les tests de bulles provoque des erreurs d'inférence supplémentaires. Si des bulles marquées par un caractère explosif sont réellement présentes, l'hypothèse nulle de racine unitaire est rejetée à tort au profit de la stationnarité.

## **Conclusion**

L'analyse empirique du marché américain, qui incorpore la récente hausse des cours, rejette largement l'hypothèse nulle d'absence de bulle. Sur le marché français, l'absence de bulle n'est pas rejetée très nettement. Les deux marchés se comportent donc très différemment. Deux explications d'ordre économétrique peuvent être évoquées: l'hypothèse nulle testée, et le biais de pseudo-stationnarité. L'hypothèse nulle testée est l'absence de bulle. Cette hypothèse est insuffisante, car un rejet peut provenir du choix du modèle de fondamentaux associé, ou des hypothèses jointes, notamment  $H_2$   $H_3$  relatives aux taux d'actualisation. Pour ces dernières, l'introduction de taux d'actualisation variables ne modifie pas les résultats, Thevenin (1998). Par conséquent, la seule méthodologie possible pour tester les bulles consiste donc à estimer la significativité de coefficients de spécifications paramétriques de bulles, Evans (1991), Charemza et al. De plus, les tests de racine unitaire sont biaisés en faveur du rejet de l'existence de bulle. Les bulles dont l'amplitude est faible, et les fréquences de dégonflement élevées, ne sont pas détectées. Il est possible que nos résultats sur le marché

français occultent une bulle. Mais si bulles il y a, leur amplitude est très limitée.

Des tests plus robustes ont vu le jour, notamment les test de cointégration suggérés par Johansen et Juselius (1990). Il serait opportun dans une recherche future, d'analyser si ces méthodologies sont affectées par la pseudo-stationnarité. Ce biais de pseudo-stationnarité suggère donc de passer à la seconde étape de la traque : estimer des spécifications de bulles, qui font l'objet de la partie suivante.

### 3. LES TESTS DE SPECIFICATION DE MODELES DE BULLES

Le biais de pseudo-stationnarité et l'hypothèse nulle testée dans les tests de cointégration imposent de tester désormais directement l'existence de bulle. Cela requiert néanmoins de spécifier la bulle par une fonction paramétrique. Les bulles de fondamentaux constituent donc un terrain de prédilection pour de tels tests. Un test a été réalisé par Froot et al., qui n'ont pas rejeté les bulles intrinsèques sur le marché américain, période 1900-1988.

#### Construction du test et précautions

Nous avons conçu un test pour estimer les bulles intrinsèques, inspiré largement de la méthodologie suggérée par Froot et al. Il s'agit d'estimer une bulle dont la représentation paramétrique est spécifiée en [10], en imposant  $\beta=0$ . Le modèle statistique associé retenu est:

$$S_t = \frac{P_t}{D_t} - k = c_1 D_t^{I_1-1} + c_2 D_t^{I_2-1} + e_t \quad [14]$$

Diviser tous les membres de l'égalité [10] par le dividende permet de réduire les colinéarités entre les régresseurs, selon Froot et al. Mais surtout, nous régressons la variable P/D qui présente un moins mauvais rejet de sa stationnarité que P (cf. tableaux 1 et 2 en annexe)<sup>17</sup>.

$S_t$  représente la différence entre le rapport prix: dividende réel et le rapport théorique k, qui

---

<sup>17</sup> La régression porte a priori sur des variables non stationnaires. Si P/D était stationnaire, les bulles seraient éliminées depuis l'étape précédente, et cette seconde étape serait donc inutile.

doit être nulle en l'absence de bulle et apparaître sous une forme  $cD_t^{I-1} + e_t$  en présence de bulle intrinsèque.

Les hypothèses du test sont donc  $H^0$ [absence de bulle]:  $(c_1 ; c_2) = (0 ; 0)$ , et  $H^1$ [existence de bulle intrinsèque]:  $c_1$  et/ou  $c_2 > 0$ , sous les hypothèses jointes **H1 H2 H3 H4 H5**.

Comme chez Froot et al., nous effectuons une première série d'estimations en imposant la racine théorique  $\lambda$  dans la spécification, puis une seconde série où les racines sont estimées simultanément. Il faut cependant recourir à une procédure d'estimation non linéaire.

Le test autorise, par construction, des dépendances entre les  $\varepsilon$ . Une procédure par maximum de vraisemblance corrige les coefficients si les  $\varepsilon$  sont AR(1). Les régressions OLS corrigent les résidus et les erreur-type des coefficients par la matrice de covariance de Newey-West (1987). Des tests portmanteau de Ljung et Box (1978) sont réalisés sur les résidus. En niveau, ils permettent de s'assurer que les résidus sont blanchis. Au carré, ils détectent d'éventuelles traces de non-linéarités que le modèle n'aurait pas captées.

Enfin, nous conduisons un test de racine unitaire sur le résidu des estimations qui semblent acceptables. En effet, le modèle [14] revient à dire que sous H1, le spread  $S_t = \frac{P_t}{D_t} - k_t$  est égal à la bulle  $c_1 D_t^{I_1-1} + c_2 D_t^{I_2-1}$ , dont les coefficients devraient être captés par la procédure OLS ou le maximum de vraisemblance, plus les termes d'erreurs. Si les coefficients sont correctement estimés, le spread,  $I(1)$ , et la bulle  $I(1)$  captée par le modèle, doivent faire apparaître un résidu  $I(0)$ . Sous H1, la bulle captée et le spread sont donc cointégrés. Par conséquent, nous effectuons un test ADF complémentaire sur le résidu, qui indique si les coefficients de la bulle sont correctement évalués.

## Résultats du marché américain, 1871-1997

Nous rappelons que l'hypothèse de marche au hasard des dividendes n'est pas rejetée (cf.

tests de cointégration), et que les paramètres  $\mu$ ,  $\sigma$  et  $r$ , évaluent le  $k$  théorique à 14.773. Les racines théoriques de la bulle,  $\lambda$ , s'élèvent donc à 2.589 et -4.6293.

**Tableau 4: estimation du marché US 1871-1996, racines contraintes**

	Méthode	$C_1$	$C_2$	$Q(31)$	$R^2$	$r$	ADF	DW
R1	OLS (10 retards)	31.72 (26.92)	0.51*** (0.043)	173*** 34	59%			0.60
R2	Max de Vrais	48.75 (33.42)	0.498*** (0.048)	30 30.3	79%	0.702	-4,77***	1.98

- significatif au seuil 10%, \*\* à 5%, \*\*\* à 1%, pour ( $c_1 > 0; c_2 > 0$ ). Les erreurs type des coefficients dans les estimations OLS sont calculées en utilisant la matrice des covariances de Newey et West (1987) qui autorise l'autocorrélation des résidus à l'ordre indiqué, et l'hétéroscédasticité de forme inconnue. Les retards indiqués dans les tableaux indiquent que les erreurs type des coefficients se stabilisent lorsque des retards supérieurs sont proposés. Cette correction n'intervient pas dans les estimations par le maximum de vraisemblance où l'on corrige seulement l'autocorrélation d'ordre 1 du résidu. Le DW est la statistique de Durbin Watson, qui doit être proche de 2 si les résidus ne sont pas autocorrélés. Les **Q(31)** correspondent aux statistiques portmanteau de Ljung et Box (1978) des résidus en niveau, et au carré. La colonne ADF indique le test ADF sur le résidu.

Le tableau 4. présente les résultats des estimations lorsque les racines théoriques  $\lambda$  sont imposées. Il apparaît les cinq points suivants:

- ♦ La partie de bulle à racine négative n'est pas significative.
- ♦ Les coefficients  $c_2$  de la bulle sont positifs, conformément aux contraintes théoriques.
- ♦ La qualité de l'estimation R2, où un traitement simple de l'autocorrélation d'ordre 1 des résidus par maximum de vraisemblance est appliqué, semble acceptable. Un test portmanteau de Ljung et Box indique que les résidus de l'estimation R2 ne sont pas autocorrélés.
- ♦ Les résidus au carré ne laissent pas paraître de traces de non-linéarités, qui ont été captées par le modèle (pas de trace d'effet de type ARCH).
- ♦ Les résidus sont stationnaires, ce qui indique que la part non stationnaire du spread

$$S_t = \frac{P_t}{D_t} - k_t \text{ correspond à la bulle spécifiée.}$$

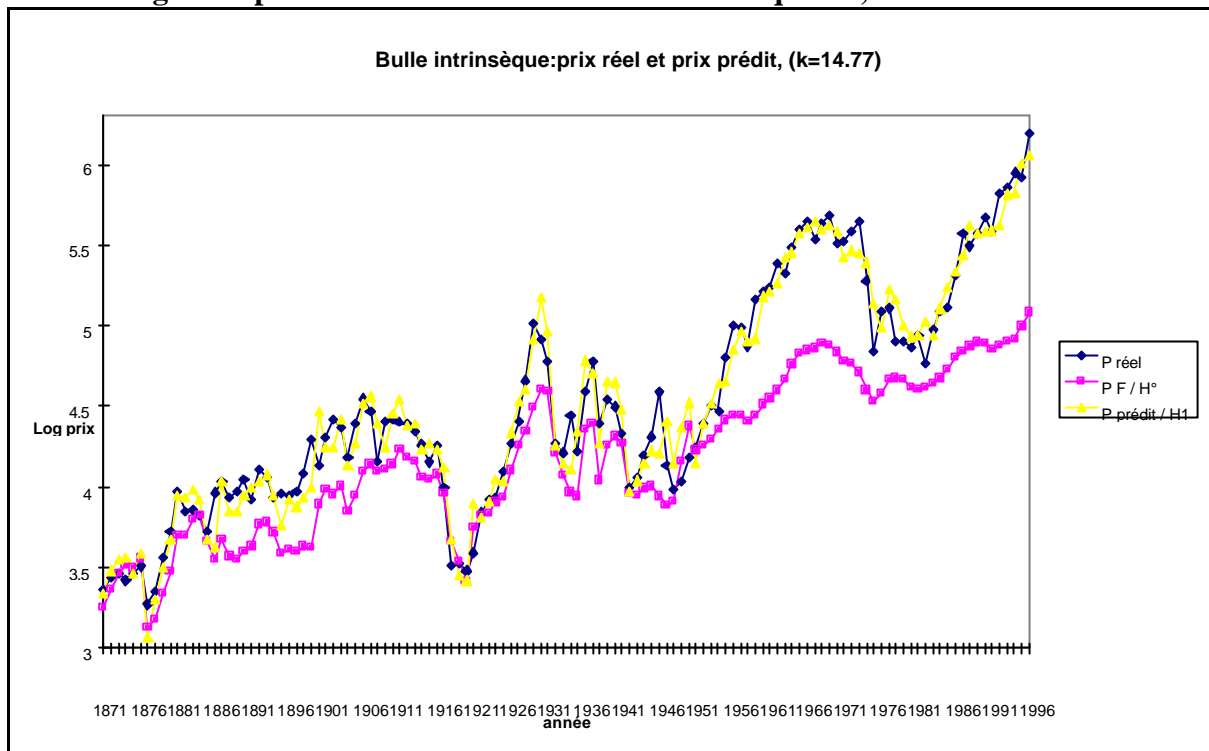
Ces résultats confirment largement ceux de Froot et al., qui portaient sur une période plus courte.

La figure 3. retrace le prix réel des actions, le prix prédit sous  $H^0$  [absence de bulle] et le prix prédit sous  $H^1$  [bulle intrinsèque] selon R2, en échelle logarithmique. Quatre éléments

apparaissent nettement :

- ♦ Une bulle, faible et irrégulière, presque permanente entre 1885 et 1914.
- ♦ Le krach de 1929 survient après une forte hausse des cours alimentée seulement par le dividende courant; le modèle capte un écart bref entre les prix et les fondamentaux en 1928 et 1929.
- ♦ Le développement de bulles depuis 1955, dont la dynamique est conforme à la théorie des bulles intrinsèques. La hausse 1955-1973, la chute des cours 1974-1981, et la hausse qui dure depuis 1982, sont compatibles avec la contribution d'une bulle alimentée par le dividende courant.
- ♦ Le modèle reconstitue bien la hausse du marché postérieure à 1988, qui n'était pas analysée par Froot et al.. Le dividende courant semble alimenter une bulle, qui se traduit par des sursurractions des prix aux dividendes. Il sera intéressant d'examiner si la poursuite de la hausse en 1997 est expliquée par ce modèle.

**Figure 3: prédictions du modèle de bulle intrinsèque R2, marché US**



Dans une deuxième étape, nous avons procédé à l'estimation simultanée  $c_2$  et  $\lambda_2$ <sup>18</sup>.

D'après le tableau 5., qui présente les résultats de l'estimation sans contraindre la racine, l'estimation R1 n'est toujours pas acceptable, les résidus demeurant trop autocorrélés. Le traitement R2 semble acceptable. La racine est évaluée à 2.63, très proche de la racine théorique, ce qui explique le niveau du coefficient (0.42) proche de l'estimation à racines imposées, et un pouvoir explicatif presque identique.

**Tableau 5: estimation du marché US 1871-1996**

	Méthode	$C_2$	$l_2-1$	$Q(31)$	$R^2$	$r$	ADF	DW
1	OLS	0.256 (0.090)**	1.931 (0.17)***	182*** 37	60%			0.62
2	Max de Vrais	0.422*** (0.02)	1.629*** (0.403)	34 34.6	78.5%	0.688	-4,66***	2.03

Remarques identiques au tableaux 4.

De tels résultats ne permettent pas de rejeter la présence de bulles intrinsèques, mais deux éléments peuvent créer des erreurs d'interprétation:

- ◆ Les hypothèses jointes ne sont pas nécessairement réunies. Des ruptures de processus dans le temps indécélables par l'économètre peuvent survenir (Flood et Hoodrick, 1986),

<sup>18</sup> la partie négative de la bulle n'est pas significative, aussi nous n'en présentons pas les estimations

qu'il s'agisse de l'aversion au risque, ou des dividendes. Or l'hypothèse H5 est essentielle au modèle, qui se montre très sensible à l'estimation du processus des dividendes. Il est donc possible que la formulation de la valeur fondamentale soit défectueuse.

- ◆ Sur le plan économétrique, si un traitement contre l'autocorrélation d'ordre 1 des résidus a suffi pour blanchir les résidus, les inférences t reposent sur des traitements de données non stationnaires, et dans certains cas sur des estimations non linéaires.

Il faut néanmoins souligner que l'ajout de 10 années supplémentaires à l'échantillon ne remet pas en cause le modèle.

### **Résultats du marché français**

Lors des tests de racines unitaires, l'hypothèse de marche au hasard géométrique des dividendes n'est pas rejetée, ce qui porte le rapport théorique  $k$  à 17,7, et les racines des bulles à -2,187 et 2,893. Pour estimer le modèle, les racines sont imposées dans les deux premières régressions; les régressions R3 et R4 utilisent une estimation non linéaire pour obtenir la racine de la bulle. Le tableau 6 en indique les résultats. Il apparaît que le coefficient de la bulle est significatif et positif dans la régression R1, mais l'autocorrélation des résidus n'est pas acceptable. Le traitement par maximum de vraisemblance de l'autocorrélation améliore la précision des estimations, mais aucun coefficient de la bulle n'est significatif (ligne R2 ).

L'estimation non linéaire est cependant acceptable: une bulle, positive, est significative au seuil de 5%. La régression R4 affiche un  $R^2$  de 83%, et les résidus sont blanchis. Mais la racine de la bulle est négative, et très inférieure à la racine théorique ( -3,28 au lieu de -2,18). Le coefficient est très élevé pour compenser le niveau de la racine négative.

**Tableau 6 : Estimation France, 1871-1996**

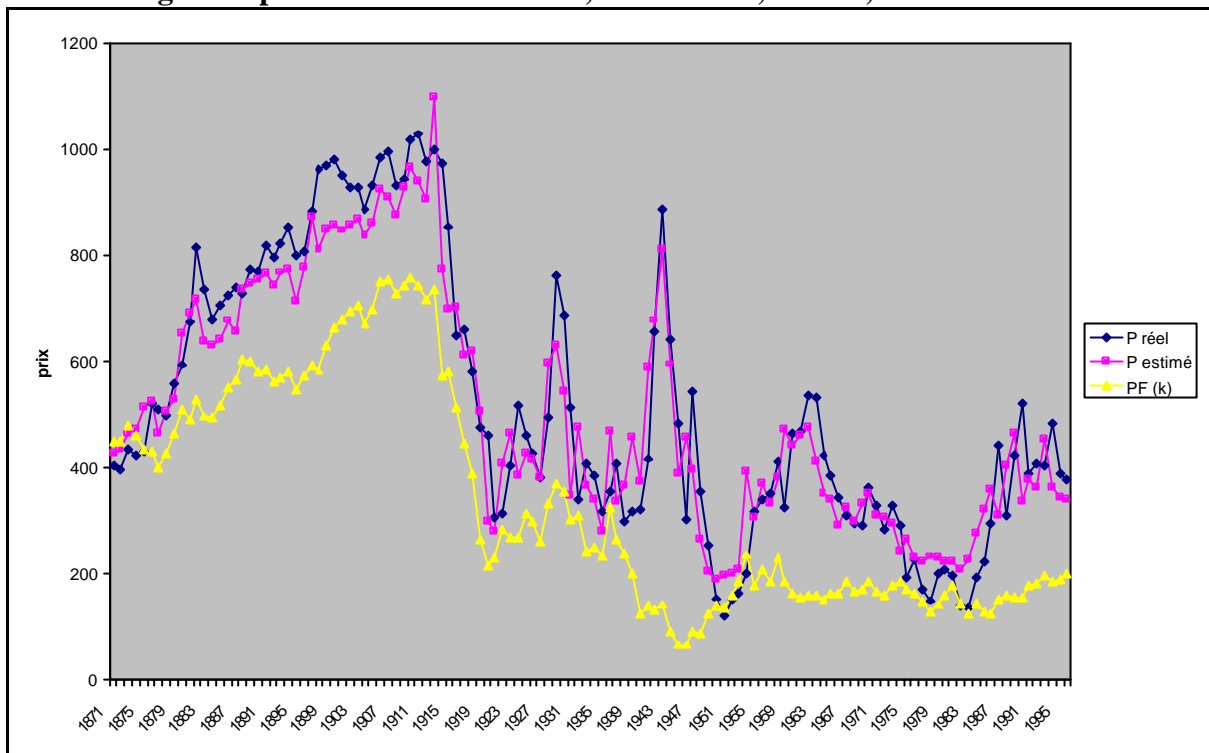
	Méthode	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	I <sub>t-1</sub>	Q(31)	R <sup>2</sup>	r	ADF	DW
R1	OLS (10 retards)	8349 (689)***	0.006 (0.002)		97***	35%			.83
R2	Max de Vrais	408 (655)	-0.080 (0.08)		48**	77%	.92	-6,87***	1.83
R3	OLS (6 retards)	959 (253)***		-1.74 (0.14)***	147***	53%			0.67
R4	Max de Vrais	2873** (1249)		-2.28 (0.42)***	30 30	83%	0.69 (0.04)***	-7,28***	2.05

La figure 5 montre les prévisions effectuées à partir de l'estimation non linéaire R4. On lit que le comportement du marché français n'a rien à voir avec le marché américain depuis 1914. Les brusques effondrements de prix constatés sont associés aux dividendes, et correspondent aux périodes de guerre ou d'inflation. Dans les années 60, le marché régresse: la période de prospérité économique n'a pas profité aux dividendes, et les cours réels se rapprochent des fondamentaux. Des écarts fréquents, plus moins amples, avec retour sur les fondamentaux, sont reconstituées par le modèle: période postérieure à 1913, années trente, seconde guerre mondiale, années 55-70, et depuis 1983. On ne lit pas absolument pas l'ampleur de la bulle américaine qui a commencé en 1950. Ceci est conforme aux tests de la première phase qui ne semblaient pas détecter de bulles.

L'estimation non linéaire produit des valeurs éloignées de la racine théorique; inversement, l'hypothèse  $H^1$  d'existence de bulle est rejetée lorsque les racines sont contraintes. L'interprétation de cet écart est donc délicate. Il est possible que les racines théoriques et  $k$  soient mal évaluées. Il est possible aussi que les années de forte inflation, les données de l'échantillon soient mal évaluées. L'explication la plus plausible est se trouve certainement dans les ruptures profondes de processus subies en France pendant cette période. Il faudrait recourir aux tests d'estimation de paramètres de processus mixte (diffusion et à sauts), qui détectent les ruptures et neutralisent leur impact, proposés par Chilarescu et Zamfirescu (1998).



**Figure 5: prédiction du modèle R4, non linéaire, France, 1871-1996**



Ces résultats sont conformes aux analyses d'Arbulu et Fontaine (1996), qui établissaient que les deux marchés, sur une période plus courte, ne sont pas cointégrés, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de lien de long terme entre la France et les USA. Dans le cadre des modèles de dividendes, il n'est pas déraisonnable d'attribuer la meilleure performance du marché américain (8.5% de rendement en moyenne, contre 5,9% en France) à des bulles rationnelles.

## CONCLUSION

L'objectif de ce papier était d'analyser si des bulles rationnelles affectent les marchés d'actions français et américain, sur la période 1871-1996. Une procédure en deux étapes a été appliquée. Les tests de cointégration testent l'hypothèse nulle d'absence de bulle. Le rejet sur le marché américain apparaît sur la période 1871-1997, qui incorpore une forte hausse des cours les dernières années, plus significatif que les tests antérieurs. Le rejet est ambigu, et trop faible pour trancher, sur le marché français. Les estimations directes d'un modèle de bulle intrinsèque, dont les propriétés mathématiques sont réalistes, confirment les conclusions

des tests de cointégration : les bulles intrinsèques apportent un pouvoir explicatif important aux cours boursiers américains, alors que ce modèle est rejeté sur le marché français. Les écarts entre les fondamentaux et les cours réels ne prennent pas l'ampleur du marché américain. Bien que les tests de cointégration subissent le biais de pseudo-stationnarité, leurs résultats sont compatibles avec l'estimation directe. D'une manière générale, les difficultés économétriques des deux méthodologies doivent inciter à conclure avec prudence, notamment les problèmes d'hypothèse nulle, et la non stationnarité des données. Il est possible également que ces résultats proviennent des hypothèses et du modèle joints. Des explications sont certainement à rechercher dans des ruptures de processus de dividendes, qui induirait une mauvaise spécification des fondamentaux. Si tel n'est pas le cas, il serait alors difficile d'exclure les bulles rationnelles du marché américain, et l'existence de petits écarts non rationnels sur le marché français.

## BIBLIOGRAPHIE

1. ALEXANDRE Hervé et ERTUR Kamil, 1994, "Impact de l'intervalle d'échantillonnage sur les tests d'efficience", *Finance*, vol 15, p 7-27
2. ARBULU Pedro et FONTAINE Patrice, 1996, -Le comportement à long terme des marchés d'actions français et américain: une analyse exploratoire comparative-, *Congrès de l'AFFI*, Genève , juin, 1996.
3. ARTUS Patrick et MONCEF Kaabi, 1994, "Bulles intrinsèques, bulles d'état: théorie et résultats empiriques dans le cas du marché boursier français", *Finance*, Vol. 15, 1994, p. 7-34.
4. BHARGAVA Alok, 1986, « On the theory of testing for unit roots in observed time series », *Review of Economic Studies*, vol. 53, 1986, p. 369-384.
5. BLANCHARD Olivier et WATSON Mark, 1984, "Bulles, anticipations rationnelles et marchés financiers", *Les Annales de l'Insee*, N°54,
6. CAMPBELL John Y et SHILLER RJ, 1987, "Cointegration and Tests of Present Value Models", *Journal of political Economy* 95, 1062-1088,
7. CHAREMZA Wojciech et DEADMAN Derek, 1995, « Speculative bubbles with stochastic explosive roots: The failure of unit root testing Bubbles », *Journal of Empirical Finance*, 2, 1995, p 153-163
8. CHILARESCU C et ZAMFIRESCU N (1998), « estimation des paramètres d'un mélange de lois normales provenant d'un modèle Saut-Diffusion à volatilité stochastique à deux états », *Journal de la société statistique de Paris*, p.21.
9. CHOW KV et DENNING KC, 1993, « A Simple Multiple Variance Ratio Test », *Journal of Econometrics*, vol 58, p 385-401
10. COCHRANE John, 1991, "Volatility tests and efficient markets", *Journal of Monetary Economics* 27, 463-485
11. COPPELAND Thomas et WESTON J Fred, 1983, chapitre 9, p 285-307, "Efficient capital markets: theory", *Financial Theory and Corporate Policy*, Addison-Wesley Publishing Company.
12. CRAINE Roger, 1993, « Rational Bubbles , A Test », *Journal of Economic Dynamics and Control* 17, 829-846
13. DIBA Behzad GROSSMAN Herschel, 1987, "On the Inception of rational Bubbles", *Quarterly Journal of Economics*, p 697-700
14. DICKEY David et FULLER Wayne, 1981, "Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root", *Econometrica*, 49, 1057-1072
15. ENGEL R. ET YOO B., 1987, « Forecasting and testing in co-integrated systems », *Journal of Econometrics*, vol. 35, p. 143-159
16. ENGLE R et GRANGER C, 1987, « Cointegration and error correction: representation, estimation, and testing », *Econometrica*, mars 1987, vol 55, 251-276
17. ERTUR K, 1992, « Tests de non stationnarité et tendances non linéaires », document de travail,

IME, n° 9206, Université de Bourgogne.

18. EVANS G et SAVIN N, 1984, « Testing for Unit Roots », *Econometrica*, vol 52, p 1241-1269
19. EVANS G, 1991, "Pitfalls in testing for explosive bubbles in asset prices", *American Economic Review*, vol 81, n°4, 922-930
20. FLOOD Robert et GARBER Peter, 1980, "Market Fundamentals Versus Price Level Bubbles: the First Tests", *Journal of Political economy* 88, 745-770, 1980
21. FLOOD Robert et HODRICK Robert, 1986, "Asset Price Volatility, Bubbles, and Process Switching", *The journal of Finance*, vol XLI, n°4, 831-842, 1986
22. FLOOD Robert et HODRICK Robert, 1990, "On Testing for Speculative Bubbles", *Journal of Economic Perspectives*, vol 4, number 2, spring 90, 85-101
23. FLOOD Robert GARBER Peter et SCOTT Louis, 1984, "Multi-country tests for price level bubbles", *Journal of Economic Dynamics and Control* 8, 329-340
24. FONTAINE Patrice, 1991, "la volatilité d'un marché d'actions: une revue de la littérature", version provisoire, à paraître
25. FROOT KA et OBSTFELD M, 1991, "Intrinsic bubbles: the case of stock prices", *American Economic Review*, vol 25, 1189-1214
26. GILLES Christian et LEROY Stephan F, 1990, "Econometric aspects of the variance-bounds-tests: a survey", à paraître, University of Santa Barbara California
27. HAMILTON James, 1986, "On testing for self-fulfilling speculative price bubble", *International Economic review* 27, 545-552
28. HAMILTON James et WHITEMAN Charles, 1985, "The Observable Implications of Self-Fulfilling Expectations", *Journal of Monetary Economics* 16, 353-374
29. IKEDA S et SHIBATA A, 1992, "Fundamentals-dependant bubbles in stock prices", *Journal of Monetary Economics*, vol 30, 143-168
30. JOHANSEN S. et JUSELIUS K., 1990, «Maximum likelihood estimation and inference on cointegration with applications to the demand for money », *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, vol. 52, p. 169-210.
31. JOHANSEN S., 1988, «Statistical analysis of cointegration factors », *Journal of Economic Dynamics and Control* , n° 12, 1988, p. 231-254.
32. JOHNSTON J, 1988, « Méthodes économétriques », troisième édition, Economica
33. LEROY Stephen F. ET STEIGERWALD Douglas G., 1995, *Finance*, R. Jarrow et al., eds, Handbooks in OR & MS, vol. 9, 1995, p. 411-433
34. LJUNG GM et BOX GEP, 1978, « On a Mesure of Lack of Fit in Time Series Models », *Biometrika*, Vol 65, 297-303
35. NEWEY NK et WEST K, 1987, « A Simple Positive Definitive Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix », *Econometrica*, vol 55, p 703-708
36. PHILIPS P et PERRON P, 1988, "Time Series Regression with Unit Root", *Biometrika*, June 1988, 75, 335-46
37. SHEN C.H. et WANG L.R., 1990, « Examining the validity of a test of futures markets efficiency: a

- comment », *The Journal of Futures Markets*, vol. 10, p. 195-196.
38. SHILLER Robert J, 1981, "Do stock price move too much to be justified by subsequent changes in dividends ?", *American Economic review*, 71, p 421 - 436
  39. Statistical Abstract of the United States, 1994, *The National Data Book*, US department of Commerce, Bureau of the Census, 114<sup>e</sup> édition, Washington, ISBN 0-16-045173-6, page 496, page 525, page 526
  40. THEVENIN Dominique, 1998, " Anomalie des marchés d'actions, le cas des bulles spéculatives", Thèse de Doctorat, Université Pierre Mendès France, 1998. p 167-212, p 292-237.
  41. WEST Kenneth, 1987, "A specification test for speculative bubbles", *the Quarterly Journal of Economics*
  42. WEST Kenneth, 1988, "Dividend Innovations and Stocks Price Volatility", *Econometrica*, vol 56, p 37-61

## ANNEXE

### Test de Dickey et Fuller augmenté (1981)

Le test ADF autorise une représentation autorégressive du processus  $y_t$  d'ordre  $p$ , sous condition d'homoscédasticité des résidus. Le point de départ est le modèle OLS :

$$\Delta y_t = a + bt + cy_{t-1} + \sum_{j=1}^p f_j \Delta y_{t-j+1} + u_t, \text{ où } u_t \approx iid(0, \sigma^2) \quad [13]$$

Le test d'hypothèse nulle de racine unitaire pour  $y_t$  (marche au hasard) consiste en un test de significativité du coefficient  $c$  ( $c=0$ ) dans le modèle [13], effectué à l'aide des statistiques classiques  $t$  de Student ou  $F$  de Fischer, notée  $\Phi_3$ , qui ne suivent pas les lois de Student et de Fischer standard. Dickey et al. ont dérivé les valeurs critiques appropriées. Les estimateurs des coefficients des retards  $f$  suivent des lois normales, et font l'objet de tests de significativité  $t$  ou  $F$  classiques, ce qui aide à déterminer le nombre  $p$  de retards à retenir.

### Test de Philips et Perron (1988)

Le test PP propose une approche fondée sur une correction non paramétrique qui corrige les statistiques  $t$  du test DF, en prenant en compte à la fois l'autocorrélation et l'hétéroscédasticité des résidus. La «statistique transformée»  $Z(\cdot)$ , non paramétrique, du seuil de rejet est la même que celle du test ADF<sup>19</sup>.

Pour corriger les statistiques  $t$ , en «statistiques transformées  $Z(\cdot)$ , Philips et al. montrent que leurs distributions statistiques dépendent du rapport entre la variance de long terme  $\sigma^2$  et celle des résidus  $\sigma_u^2$  :

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_u^2} = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^T E((\sum_{t=1}^T u_t)^2)}{\lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^T E(u_t^2)} \quad [14]$$

---

<sup>19</sup> Voir les détails de la procédure en annexe.

Plusieurs estimateurs convergents de la variance de long terme  $\sigma^2$  sont disponibles ; Philips et al. retiennent celui de Newey et West (1987), qui ne nécessite pas de connaître au préalable la nature et la forme de l'autocorrélation et de l'hétéroscédasticité:

$$s^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 + 2T^{-1} \sum_{t=1}^l [1 - (t/(1+l))] \sum_{t=t+1}^T u_t u_{t-1} \quad [15]$$

où  $p$  est l'ordre du processus. Les coefficients estimés de la régression [11] ne sont pas affectés par cette correction, mais leur erreur-type, et par conséquent le  $t$ , noté  $Z(\cdot)$ , sont modifiés pour tenir compte de l'autocorrélation, et de la dispersion hétéroscédastique des erreurs.

D'après Schwert (1987), il est « prudent » de conduire les tests ADF et PP sur les modèles [11] et [13] où une tendance temporelle, linéaire, est introduite par le terme en  $bt$ . Des erreurs d'inférence subsistent néanmoins, car, postuler que la tendance est linéaire peut biaiser le test en faveur de l'acceptation de l'hypothèse nulle de racine unitaire, Ertur (1992). D'après Alexandre et Ertur (1994), le test PP est préférable, car la présence d'hétéroscédasticité dans les résidus peut entraîner des erreurs d'inférence du test ADF.

### Test de Barghava (1986)

La présence de bulle peut se traduire par un caractère explosif dans les cours boursiers. Il est donc pertinent de tester aussi le rejet de l'hypothèse nulle de marche au hasard au profit d'une racine explosive. Tel est l'objectif du test proposé par Barghava (1986) : le rejet de l'hypothèse nulle de racine unitaire ( $c = 1$ ) est effectué soit au profit de la stationnarité ( $|c| < 1$ ), soit au profit d'une racine explosive ( $c > 1$ ). Barghava(1986) fonde sa méthode sur des comparaisons de ratios de type von Neumann. Il définit 4 statistiques  $N1$ ,  $N2$ ,  $R1$  et  $R2$ , à comparer à des valeurs critiques appropriées, au seuil de 5%, pour des échantillons de taille 20 à 100, (p 378).

$$\diamond R_1 = \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}$$

teste  $H^0$  [marche au hasard sans tendance] contre stationnarité,

$$\diamond R_2 = \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2 - \frac{1}{T-1} (y_T - y_1)^2}{\frac{1}{(T-1)^2} \sum_{t=1}^T [(T-1)y_t - (t-1)y_T - (T-t)y_1 - (T-1)(\bar{y} - 0.5(y_1 + y_T)))]^2}$$

teste  $H^0$  [marche au hasard avec tendance] contre stationnarité,

$$\diamond N_1 = \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^T (y_t - y_1)^2}$$

teste  $H^0$  [marche au hasard sans tendance] contre explosivité,

$$\diamond N_2 = \frac{\sum_{t=2}^T (y_t - y_{t-1})^2 - \frac{1}{T-1} (y_T - y_1)^2}{\frac{1}{(T-1)^2} \sum_{t=1}^T [(T-1)y_t - (t-1)y_T - (T-t)y_1]^2}$$

teste  $H^0$  [marche au hasard avec tendance] contre explosivité.

Selon Barghava, il est préférable d'utiliser les statistiques  $R_2$  et  $N_2$ , plutôt que  $R_1$  et  $N_1$  qui peuvent être affectées par la valeur inconnue de la constante de la régression (p 373). La constatation est identique à celle formulée par Schwert (1987), à propos des tests ADF et PP.

## TABLEAUX 1 et 2: STATIONNARITE DES VARIABLES

Les tableaux contiennent les résultats des tests ADF et PP sur ces variables incluant des retards allant de 2 à 14. Pour chaque variable et chaque retard pair, la première ligne présente respectivement les résultats des tests  $t$ ,  $\Phi_3$ ,  $Q(31)$  et  $Z(\cdot)$ . La seconde ligne présente, à chaque retard, successivement le  $R^2$  de la régression ADF, et un signe \* indiquant si l'introduction de retards supplémentaires est significative.

La statistique  $Q(31)$  est celle de Ljung et Box (1978),  $Q(31) = T \sum_{k=1}^{k=K} r_k^2$ , où  $r_k$  désigne

l'autocorrélation de  $k$ -ème ordre des résidus de la régression ADF. 31 correspond au quart de la taille de l'échantillon, niveau couramment admis pour détecter l'existence d'un bruit blanc



dans les résidus.  $Q(31)$  suit une loi de  $\chi^2$  moyennant quelques modifications dans les degrés de liberté.

### Stationnarité des variables. Tests ADF, et PP marché US,1871 - 1996.

\* : significatif à 10%

\*\* : significatif à 5%

\*\*\* significatif à 1%

	2 retards				4 retards				6 retards				8 retards				10 retards				12 retards			
	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)
Pt	0.128 3%	1.936	49.4	-0.15	-1.134 11% ***	1.873	26.7	-0.4	-1.37 12%	2.03	27.4	-0.64	-1.7 15% *	2.56	23.3	0.877	-2.31 18% *	3.97	20.35	-1.04	-1.55 21%	2.43	22.3	-1.08
Dt	-2.6 15% ***	3.81	30	-2.66	-2.59 16%	3.81	30.2	-2.63	-2.63 16%	3.7	26.7	-2.6	-2.2 18%	2.85	24.3	-2.48	-3.05 22% *	5.25	16.23**	-2.47	-2.11 26% *	3.03	13.6***	-2.37
Ln(Pt)	-2.33 7%	2.87	35.3	-2.63	-2.61 9% *	3.53	26.3	-2.74	-2.87 10%	4.16	26.2	-2.79	-3.04 14% **	4.75	16.8**	-2.87	-3.36 17%	6.05	13.98**	-2.9	-2.92 17%	4.54	14.6**	-2.86
Ln(Dt)	-3.83 16% **	7.37	26.6	-3.9	-3.58 16%	6.44	27.6	-3.84	-3.98 21%	7.97	19.9	-3.77	-3.44 21%	5.92	19.7	-3.61	-3.97 23%	7.97	15.78**	-3.54	-2.94 25%	4.41	14.4***	-3.54
P/D	-1.57 10% *	1.79	34.88	-2.49	-1.98 11%	2.38	28.55	-2.69	-1.77 12%	2.14	28.5	-2.78	-1.98 14%	2.65	26.15	-2.93	-2.63 18% **	4.21	20.33*	-3.04	-2.65 19%	4.02	19.5*	-3.11
Ln(P/D)	-2.28 10% *	2.8	32.4	-3.11	-2.47 11% *	3.2	29.2	-3.23	-2.02 12%	2.33	29	-3.25	-2.05 13%	2.5	28	-3.33	-2.70 17% **	4.1	20.3	-3.446	-2.8	4.2	19.1*	-3.5
D P	-5.2 48%	18.82	38.6	-10.25	-3.09 51% **	5.17	28.4	-10.4	-2.05 52%	2.61	25.1	-10.5	-1.82 53%	2.29	24.3	-10.6	-2.05 53%	2.76	23.5	-10.8	-2.59 55% **	3.91	24.7	-10.8
D D	-6.26 40%	19.67	27	-8.47	-5.07 41%	12.9	31.1	-8.34	-4.95 42% *	12.33	26	-8.29	-3.78 43%	7.22	24.8	-8.22	-3.92 46% **	7.8	17.6**	-8.22	-3.33 49%	5.76	14.8**	-8.21
D Ln(Pt)	-6 50%	18	26.37	-10.5	-4.97 50%	12.4	27.3	-10.5	-3.51 50%	6.19	22.75	-10.5	-3.4 52%	5.9	21.05	-10.5	-3.31 52%	5.65	19.82*	-10.5	-3.77 54% *	7.22	19.3*	-10.5
D Ln(Dt)	-7.02 44% *	24.7	23.92	-3.33	-5.52 45%	15.29	27	-9.25	-5.5 45% **	15.12	21.3	-9.25	-4.12 46%	8.47	20.8	-9.34	-4.2 48% *	8.88	18.7*	-9.4	-3.87 51%	7.6	14***	-9.59
D P/D	-7.33 60%	26.85	33.3	-13.1	-5.14 60%	13.23	31.5	-13.2	-3.83 60%	7.52	29	-13.3	-3.1 62%	5	26.7	-13.3	-2.44 62%	3.28	26.6	-13.3	-2.4 62%	3.08	24.3	-13.3
aucune variable retardée n'est significative																								
D Ln(P/D)	-7.26 58%	26.38	32.47	-12.44	-5.83 58%	17	31	-12.6	-4.55 59%	10.4	31.1	-12.9	-3.55 60%	6.44	27.5	-13	-2.75 60%	3.97	28	-13	-2.73 60%	3.78	25	-13
aucune variable retardée n'est significative																								

# Stationnarité des variables. Tests ADF, et PP, France 1871 - 1996

\* : significatif à 10%

\*\* : significatif à 5%

\*\*\* significatif à 1%

	2 retards				4 retards				6 retards				8 retards				10 retards				12 retards			
	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)	t	F3	Q(31)	Z(.)
Pt	-2.84 8%	4.08	37.57	-2.93	-2.93 10%	4.34	37.66	-2.87	-3.1 12%	4.81	34.9	-2.93	-2.85 12%	4.07	34.2	-2.91	-2.3 13%	2.63	28.8	-2.82	-1.81 15%	1.65	23.8	-2.73
Dt	-1.82 4%	1.67	31	-1.99	-2.18 6%	2.42	32	-2.04	-2.56 8%	3.31	25.4	-2.14	-2.82 10% *	3.98	26.6	-2.24	-2.1 15% **	2.21	26.2	-2.25	-1.59 15%	1.3	25	-2.23
Ln(Pt)	-3.12 8%	4.87	63	-3.12	-3.02 9%	4.57	58.9	-3.12	-3.58 13% **	6.44	45	-3.18	-3.23 14%	5.23	42.8	-3.15	-2.5 17% **	3.15	40	-2.99	-1.84 21% **	1.71	34	-2.83
Ln(Dt)	-2.26 10% *	2.58	48.5	-2.76	-1.87 11%	1.75	46.6	-2.7	-2.35 15% **	2.77	41.6	-2.84	-2.83 17% *	4.03	41.1	-3	-2.1 20% *	2.21	41.3	-3.02	-1.42 31% ***	1.04	23	-3.02
P/D	-4.79 28% ***	11.46	38.2	-3.14	-4.92 33% ***	12.1	25.2	-3.4	-3.436 33%	5.91	20.8*	-3.37	-2.78 34%	3.84	20*	-3.14	-2.85 37% **	4.1	12.8***	-2.85	-2.19 39%	2.4	9.45***	-2.55
Ln(P/D)	-4.22 20% ***	8.92	33.7	-3.38	-4.85 25% **	11.76	22.2	-3.56	-4.27 25%	9.11	22.4	-3.53	-3.43 27% *	5.9	19.1*	-3.37	-2.84 30%	4.04	17**	-3.07	-2.23 32% *	2.49	11.4***	-2.73
D P	-7.45 47% *	27.7	43.5	-10.15	-4.78 48%	11.5	44.5	-10.13	-4.18 48%	8.78	40.9	-10.13	-4.61 50% **	10.7	28.8	-10.14	-4.89 52%	12.2	25.9	-10.2	-3.26 56% ***	5.48	12.72***	-10.36
D D	-6.2 56%	19.23	33.1	-12.6	-4.43 56%	9.85	30.76	-12.6	-3.13 57%	4.92	33	-12.57	-3.14 57%	4.98	29	-12.56	-3.91 62% **	7.8	28	-12.56	-3.34 61%	5.63	24.5	-12.57
D Ln(Pt)	-6.64 47%	22.1	72	-10.3	-4.75 48%	11.33	59.9	-10.3	-4.51 49%	10.23	52.3	-10.3	-5.28 53% ***	14	41	-10.3	-4.75 53%	11.4	38.2	-10.36	-3.3 61% ***	5.61	21.8	-10.6
D Ln(Dt)	-7.95 63% ***	31.6	54.5	-14.1	-8.2 63%	16.2	48.6	-14.6	-3.5 64% *	6.15	51	-14.5	-3.3 64%	5.46	46.3	-14.32	-3.4 66%	5.9	46.4	-14.53	-4.16 71% *	8.7	22.2	-14.8
D P/D	-5.65 39% **	15.9	40.7	-8.02	-5.2 42% **	13.53	37.5	-8.1	-5.43 46% **	14.77	24.7	-8	-4.52 50%	10.26	21.76	-7.73	-4.72 50%	11.2	13.94***	-7.53	-4.35 53%	9.5	9.77***	-7.5
D Ln(P/D)	-5.8 35%	16.85	40.41	-8.15	-5.17 37% *	13.43	30.6	-8.14	-4.73 38%	11.22	28.51	-8.05	-5.09 43% **	13	24.3	-7.9	-5.2 46% **	13.56	19.8	-7.75	-4.33 49%	9.43	10.13***	-7.73

**TABLEAU 3 : Tests de stationnarité sur combinaison, US**

Variable	BARGHAVA N2	ADF t	ADF F <sub>3</sub>	Q(31)	PP Z(.)
$P_t - k D_t$	0.0331	-1.61 (p=12)	2.42 (p=12)	28.4***	-1.66 (p=10)

(\*\*\*): significatif au seuil 1%. Les chiffres entre parenthèses indiquent le nombre de retards significatifs retenus après avoir blanchi les résidus.

**Tableau 4: tests de Barghava, marché US 1871 - 1996**

Statistique	R1	R2	N1	N2
Hypothèse nulle	Marche au hasard	marche au hasard avec tendance	Marche au hasard	marche au hasard avec tendance
Hypothèse alternative	Stationnarité	Stationnarité	Racine explosive	racine explosive
Valeur critique : rejet à 5%	0.26	0.35	0.006	0.022
Pt	0.06818	0.0793	0.0349	0.0208**
Dt	0.0465	0.1728	0.016	0.0703
P/D	0.2382	0.2224	0.1451	0.0335
Log Prix	0.0648	0.1748	0.017	0.1272
Log Dividende	0.0633	0.2978	0.0135	0.2976

\*\* indique rejet de  $H^0$  au profit de l'hypothèse alternative. Seuil 5%. Les quatre premières lignes posent les statistiques, hypothèses et valeurs critiques des tests effectués; les cinq dernières lignes indiquent les résultats pour les variables testées.

**TABLEAU 5 : Tests de stationnarité sur combinaison, France**

Variable	BARGHAVA R2	A N2	ADF T	ADF F <sub>3</sub>	Q(31)	PP Z(.)
$P_t - k D_t$	0.334**	0.199	-4.37*** (p=4)	9.64*** (p=4)	33	-3.36* (p=14)